

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ.**

Καθηγητής: Καλκάνης Δημήτριος

Όνομα:

ΘΕΜΑ 1

- i. Να βρεθούν οι τιμές των παραμέτρων α, β ώστε $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + \alpha x + \beta}{x - 2} = 5$
- ii. Έστω μία συνάρτηση f με την ιδιότητα $x^2 - x^4 \leq x f(x) \leq x^2 + x^4$. Να υπολογιστεί το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - x}{x}$.
- iii. Να υπολογιστεί το όριο $A = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 5} + \alpha x - 3)$ για τις διάφορες τιμές του α .

ΘΕΜΑ 2

- i. Δίνεται η συνάρτηση f συνεχής στο διάστημα $[\alpha, \beta]$, με $\alpha > 0$. Να αποδειχθεί ότι υπάρχει τουλάχιστον ένα $\xi \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο ώστε $\frac{f(\xi)}{\xi} = \frac{\alpha}{\alpha - \xi} + \frac{\beta}{\beta - \xi}$.
- ii. Μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[0, 4]$. Να αποδειχθεί ότι υπάρχει $\xi \in [0, 4]$ τέτοιο ώστε $2f(1) + 3f(2) + 4f(3) = 9f(\xi)$.

ΘΕΜΑ 3

- i. Έστω συνάρτηση f με την ιδιότητα $(x - 1)f(x) \geq x^2 - 3x + 2$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Αν η f είναι συνεχής στο $x_0 = 1$, να βρεθεί το $f(1)$.
- ii. Να βρεθεί το σύνολο τιμών της συνάρτησης $f(x) = \ln x + e^{x-1} - 1$.

ΘΕΜΑ 4

- i. Να βρεθεί το $f'(1)$ στις περιπτώσεις όπου $f(x) = x^2 \cdot \ln(3x^2 - 2e^x + 5)$,
 $f(x) = \eta\mu(3x + \sqrt{2x^2 + x})$, $f(x) = x^{\ln x}$

- ii. Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση f με την ιδιότητα $f(x^3 + x + 1) = 7x^3 - x$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Αφού αποδειχθεί ότι $f'(3) = 5$ μετά να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της f στο σημείο $A(3, f(3))$.

Καλή επιτυχία .